



Algoritmusok és adatszerkezetek I.

2. előadás



Sorozattípusok



Verem (szekvenciális ábrázolás)

Verem alkalmazások

Sor (szekvenciális ábrázolás)

Sor alkalmazások

Kétfvégű sor

Kétfvégű sor alkalmazás





Verem



Verem = speciális sorozattípus

Műveletei: Üres, üres?, Verembe, Veremből, tető

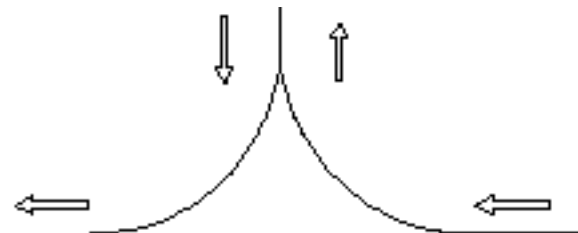
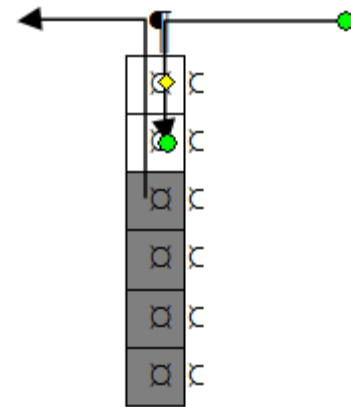
Üres: Verem

üres?(Verem): Logikai

tető(Verem): Elem \cup {NemDef}

Verembe(Verem, Elem): Verem \cup {NemDef}

Veremből(Verem, Elem): (Verem \times Elem) \cup {NemDef}





Verem



A műveletek tulajdonságai

- Üres veremre a verembe rakás és az üresség vizsgálat kivételével minden művelet értelmetlen.
- A veremből kivétel a verembe utoljára tett elemet veszi ki, azaz a verem alkalmas egy sorozat megfordítására.
- A tetőn mindig a verembe utoljára betett (legfelül levő) elem látszik.





Verem



Megvalósítás folytonos, szekvenciális ábrázolással

Verem(Típus TElem):

Konstans MaxMélység: Egész(???)

Típus VeremElem=TElem

Változó t: Tömb(1..MaxMélység: VeremElem)
teteje: 0..MaxMélység

Tárolni kell a verem elemszámát (teteje), valamint egy tömbben a verem elemeit (1-től indexelve).



Probléma: MaxMélység=????

Ha nem ismerjük → dinamikus tömb!



Verem



Eljárás Üres (V) :

$V.teteje := 0$

Eljárás vége.

Függvény üres? (V) :

$üres? := V.teteje = 0$

Függvény vége.

Függvény tető (V) :

$tető := V.t(V.teteje)$

Függvény vége.





Verem



Eljárás Verembe (V, e) :

$V.teteje := V.teteje + 1$

$V.t(V.teteje) := e$

Eljárás vége.

Eljárás Veremből (V, e) :

$e := V.t(V.teteje)$

$V.teteje := V.teteje - 1$

Eljárás vége.

Meggondolandó: hibakezelés hol és mikor kell?





Verem alkalmazás



Egy kifejezés (,) és [,] zárójelpárokat tartalmaz.

Ellenőrizzük a helyességét!

Hibás esetek:

- $x([y)]$ - hibás párosítás
- $x(a$ - nyitó zárójelnek nincs csukó párja
- $x)a($ - csukó zárójelnek nincs nyitó párja





Verem alkalmazás



Függvény helyes(K) :

```
i:=1; h:=igaz; Üres(V)
```

```
Ciklus amíg i≤hossz(K) és h
```

```
Ha K(i)=' (' vagy K(i)=' [' akkor Verembe(V, K(i))
```

```
különben ha K(i)=')' ' vagy K(i)=']' ' akkor
```

```
Veremből(V, s)
```

```
h:= K(i)=')' ' és s=' (' vagy
```

```
K(i)=']' ' és s=' ['
```

```
i:=i+1
```

```
Ciklus vége
```

```
helyes:=h és nem V.hiba és üres?(V)
```

```
Függvény vége.
```





Verem alkalmazás



Egy számsorozat minden eleméhez add meg az őt megelőzők közül a hozzá legközelebb álló, nála kisebb elem indexét! Ha nincs ilyen, akkor -1-et!





Verem alkalmazás



Legközelebbiek (X, Y) :

$Y(1) := -1$

Ciklus $i=2$ -től N -ig

$j := i-1$

Ciklus amíg $j > 0$ és $X(j) \geq X(i)$

$j := j-1$

Ciklus vége

Ha $j=0$ akkor $Y(i) := -1$ különben $Y(i) := j$

Ciklus vége

Eljárás vége.

A két ciklus miatt a futási idő az elemszám négyzetével arányos.





Verem alkalmazás



Egy számsorozat minden eleméhez add meg az őt megelőzők közül a hozzá legközelebb álló, nála kisebb elem indexét! Ha nincs ilyen, akkor -1-et!

Megoldási ötlet: tároljuk veremben azokat az elemeket, amelyek még bekerülhetnek az eredménybe!

Invariáns tulajdonság: a veremben az elemek szigorúan monoton növekvően vannak, a tetején az i -edik elemmel.

Példa: 3, 6, 4, 9, 8, 5

Verem állapotok: $()$, (3) , $(3,6)$, $(3,4)$, $(3,4,9)$, $(3,4,8)$, $(3,4,5)$





Verem alkalmazás



Legközelebbiek (X, Y) :

$Y(1) := -1$; Üres (V); Verembe (V, 1)

Ciklus $i=2$ -től N-ig

Ciklus amíg nem üres? (V) és $X(\text{tető}(V)) \geq X(i)$

Veremből (V, t)

Ciklus vége

Ha üres? (V) akkor $Y(i) := -1$

különben $Y(i) := \text{tető}(V)$

Verembe (V, i)

Ciklus vége

Eljárás vége.

Példa: 3, 6, 4, 9, 8, 5

Verem állapotok:

$()$, (3), (3,6), (3,4), (3,4,9), (3,4,8), (3,4,5)





Sor



Sor = speciális sorozattípus

Műveletei: Üres, üres?, Sorba, Sorból, első

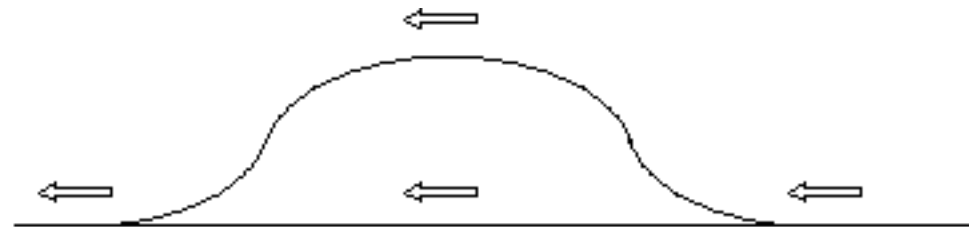
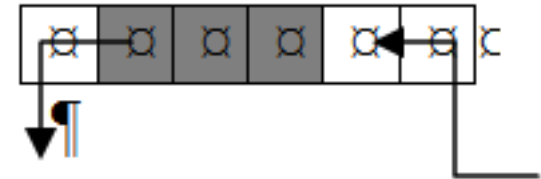
Üres: Sor

üres?(Sor): Logikai

első(Sor): Elem \cup {NemDef}

Sorba(Sor, Elem): Sor \cup {NemDef}

Sorból(Sor, Elem): (Sor \times Elem) \cup {NemDef}





Sor



A műveletek tulajdonságai

- Üres sorra a sorba rakás és az üresség vizsgálat kivételével minden művelet értelmetlen.
- A sorból kivétel a sorba legrégebben tett elemet veszi ki, azaz a sor alkalmas egy sorozat feldolgozására, ha a keletkezés és a feldolgozás üteme eltér egymástól.
- A sor elején mindig a sorba legrégebben betett (lefelől levő) elem látszik.





Sor



Megvalósítás folytonos, szekvenciális ábrázolással

Sor(Típus TElem):

Konstans MaxHossz: Egész(???)

Típus SorElem=TElem

Változó t: Tömb(1..MaxHossz: SorElem)

első,utolsó,db: 0..MaxHossz

A tömböt ciklikusan kezeljük: ha a végére értünk és az elején már szabadult fel hely, ott folytatjuk a kitöltést. A sorban az első és az utolsó tömbindexű hely között db darab elem van.



Probléma: MaxHossz=????



Sor



Eljárás Üres (S) :

```
S.első:=1; S.utolsó:=0; S.db:=0
```

Eljárás vége.

Függvény üres? (S) :

```
Üres? :=S.db=0
```

Függvény vége.

Függvény első (S) :

```
első:=S.t(S.első)
```

Függvény vége.





Sor



Eljárás Sorba (S, e) :

```
Ha S.utolsó=Maxhossz akkor S.utolsó:=1  
különben S.utolsó:=S.utolsó+1  
S.db:=S.db+1; S.t(S.utolsó):=e
```

Eljárás vége.

Eljárás Sorból (S, e) :

```
e:=S.t(S.első); S.db:=S.db-1  
Ha S.első=Maxhossz akkor S.első:=1  
különben S.első:=S.első+1
```

Eljárás vége.



S.utolsó

S.első





Sor alkalmazás



Példa:

Egy vasútvonal két állomásán egy nap feljegyeztük, az összes egyik irányba áthaladó vonat indulási, illetve érkezési idejét (idő szerinti sorrendben). Adjuk meg az áthaladt vonatok menetidőit a két állomás között! (Nincs előzés.)

Ötlet: A korábban érkező adatot egy sorban várakoztatjuk addig, amíg a párja meg nem érkezik.





Sor alkalmazás



Forgalom:

Üres (S)

Ciklus amíg jön vonat

Olvas (adat)

Ha `adat.állomás=1`

akkor `Sorba (S, adat.idő)`

különben `Sorból (S, előző)`

`Ír (adat.idő-előző)`

Ciklus vége

Eljárás vége.





Sor alkalmazás



Példa:

Egy egyirányú utcában két jelzőlámpánál figyelik az áthaladó autókat: *mikor* haladt át a *lámpánál*. Az adatok megfigyelési *idő szerinti* sorrendben érkeznek. N db autót figyeltek meg. Csoportosítsuk az adatokat, hogy az *első* lámpánál történt megfigyelések – időbeli sorrendjüket megtartva – előzzék meg a *második* lámpánál megfigyelt adatokat! (Az utcában előzés nincs.)

Ötlet: Az 1-es lámpa adatai azonnal írhatók az eredménybe, a 2-es lámpa adatait egy átmeneti sorban tároljuk, s a végén írjuk az eredménybe. A sor – ha a mérete indokolja – persze lehet háttértáron is.





Sor alkalmazás



Ötlet: Az 1-es lámpa adatai azonnal írhatók az eredménybe, a 2-es lámpa adatait egy átmeneti sorban tároljuk, s a végén írjuk az eredménybe. A sor – ha a mérete indokolja – persze lehet háttértáron is.

A bemenet és a kimenet is forgalom típusú adatok fájlja, és a sorban is ilyeneket tárolunk:

Forgalom=Rekord(lámpa: {1,2}, idő: Egész)

Változó S: Sor(Forgalom)





Sor alkalmazás



Forgalom:

Üres (S)

Ciklus amíg jön autó

Olvas (adat)

Ha $\text{adat.lámpa}=1$ akkor Ír (adat)

különben Sorba (S, adat)

Ciklus vége

Ciklus amíg nem üres? (S)

Sorból (S, adat); Ír (adat)

Ciklus vége

Eljárás vége.





Sor alkalmazás



Példa:

Egy vasútállomáson a fő vágányról kitérő vágányt építettek, mindegyiken csak jobbról balra lehet haladni. A kitérőn akárhány kocsit elhelyezhetünk, a fő vágányon azonban nem állhat meg kocsi. Egy szerelvény érkezik jobbról, sorszámozott, összekevert kocsikkal. A kocsikat 1 és K közötti különböző sorszámokkal azonosítjuk.



Készíts programot, amely megadja, hogy maximum hány kocsit tudunk sorba rendezni a kitérő segítségével és elküldeni balra úgy, hogy a kitérőn végül nem marad kocsi!

Példa: 4, 5, 2, 6, 3, 1

Sor: (4), (4,5), 2 át, (4,5,6), 3 át, sorból mind át





Sor alkalmazás



Vasútállomás:

$ut := 0$; $jó := igaz$; $i := 1$; $Üres(S)$

Ciklus amíg $i \leq k$ és $v[i] \geq ut$

Ha $üres?(S)$ akkor $Sorba(S, v[i])$

különben ha $v[i] > utolsó(S)$ akkor $Sorba(S, v[i])$

különben Ciklus amíg $v[i] > első(S)$

$Sorból(S, x)$

Ciklus vége

$ut := v[i]$

Elágazások vége

$i := i + 1$

Ciklus vége

$ered := i - 1$

Eljárás vége.

Ötlet: Sorba tesszük a kitérőre kerülő kocsikat, tároljuk a balra kilépő utolsó kocsi azonosítóját.

Új művelet a sor utolsójának vizsgálata.

Példa: 4, 5, 2, 6, 3, 1

Sor: (4), (4,5), 2 át, (4,5,6), 3 át, sorból mind át





Kétségű sor



Kétségű sor = speciális sorozattípus

Műveletei: Üres, üres?, Sorelejére, Sorvégére, első,
Sorelejéről, Sorvégéről

Üres: Sor

Sorelejére(Sor,Elem): $\text{Sor} \cup \{\text{NemDef}\}$

Sorvégére(Sor,Elem): $\text{Sor} \cup \{\text{NemDef}\}$

Sorelejéről(Sor,Elem): $(\text{Sor} \times \text{Elem}) \cup \{\text{NemDef}\}$

Sorvégéről(Sor,Elem): $(\text{Sor} \times \text{Elem}) \cup \{\text{NemDef}\}$

üres?(Sor): Logikai

első(Sor): $\text{Elem} \cup \{\text{NemDef}\}$

utolsó(Sor): $\text{Elem} \cup \{\text{NemDef}\}$





Kétfélgű sor alkalmazás



Egy számsorozat minden eleméhez add meg a vele végződő M hosszú részsorozat minimumát! Az első M elemnél minden i -re a vele végződő i hosszú részsorozat minimumát kell megadni!

Megoldási ötlet: sok minimumkiválasztás

Példa: 5, 3, 6, 4, 7, 9, 2, 6, 4 A 3 hosszú részek minimumát keressük
Sor állapotok: (5), (3), (3,6), (3,4), (4,7), (4,7,9), (2), (2,6), (2,4)





Kétfvégű sor alkalmazás



Minimumok (X, Y) :

$Y(1) := 1$

Ciklus $i=2$ -től N -ig

$\min := i$

Ciklus $j=\max(1, i-M+1)$ -től $i-1$ -ig

Ha $X(j) < X(\min)$ akkor $\min := j$

Ciklus vége

$Y(i) := \min$

Ciklus vége

Eljárás vége.

Példa: 5, 3, 6, 4, 7, 9, 2, 6, 4

A 3 hosszú részek minimumát keressük





Kétfélgű sor alkalmazás



Egy számsorozat minden eleméhez add meg a vele végződő M hosszú részsorozat minimumát! Az első M elemnél minden i -re a vele végződő i hosszú részsorozat minimumát kell megadni!

Megoldási ötlet: tároljuk kétfélgű sorban azokat az elemeket, amelyek még bekerülhetnek az eredménybe!

Invariáns tulajdonság: a sorban az elemek szigorúan monoton növekvően vannak. Az elejéről kikerülnek azok, amelyek M -nél régebbiek. A végéről kerülnek ki azok, akik a monotonitási feltételt nem teljesítik.

Példa: 5, 3, 6, 4, 7, 9, 2, 6, 4 A 3 hosszú részek minimumát keressük

Sor állapotok: (5), (3), (3,6), (3,4), (4,7), (4,7,9), (2), (2,6), (2,4)





Kétfélgű sor alkalmazás



Minimumok (X, Y) :

$Y(1) := 1$; Üres (S); Sorvégére (S, 1)

Ciklus $i=2$ -től N -ig

Ha i -első(S)=M akkor Sorelejáról (S, t)

Ciklus amíg nem üres?(S) és $X(i) \leq X(\text{utolsó}(S))$

Sorvégéről (S, t)

Ciklus vége

Sorvégére (S, i); $Y(i) := \text{első}(S)$

Ciklus vége

Eljárás vége.

Példa: 5, 3, 6, 4, 7, 9, 2, 6, 4

A 3 hosszú részek minimumát keressük

Sor állapotok:

(5), (3), (3,6), (3,4), (4,7), (4,7,9), (2), (2,6), (2,4)





Sorozattípusok



Verem (szekvenciális ábrázolás)

Verem alkalmazások

Sor (szekvenciális ábrázolás)

Sor alkalmazások

Kétségű sor

Kétségű sor alkalmazás

