# Algoritmusok és adatszerkezetek I.
# 1. előadás

# Típusok osztályozása

## Összetettség (strukturáltság) szempontjából:

- *elemi (vagy skalár, vagy strukturálatlan)*
- *összetett (más szóval strukturált)*

## Strukturálási módok

- *Keresztszorzat* AxB: rekord (pl. dátum=(év,hó,nap)) vagy<br>függvény (pl. szövegként 2021.02.10.)
- *Unió* A∪B (pl. hónap – szöveg: április, szám: 4, római szám: IV)
- *Sokaság* sok azonos típusú elem

# Típusok osztályozása

## Sokaság osztályozása rákövetkezés szerint

- *Halmaz:* nincs rákövetkezési reláció
- *Sorozat:* minden elemet egy elem követ és egy előz meg (kivéve esetleg a két szélső elemet)
- *Hierarchikus struktúra:* minden elemet egy előz meg, de több is követhet
- *Hálós struktúra:* minden elemet több előzhet meg és több is követhet

# Típusok osztályozása

## Sokaságtípusok megjelenése

- *Halmaz:* halmaz, multihalmaz, intervallumhalmaz, táblázat, diszjunkt halmazfelbontás
- *Sorozat:* tömb, verem, sor, prioritási sor, lista
- *Hierarchikus struktúra:* bináris fa, nem bináris fa, kérdezőfa, szegmensfa
- *Hálós struktúra:* irányítatlan gráf, irányított gráf, háló

# Sorozattípus műveletei

| | |
|---|---|
| Üres | Létrehoz, elemek nélkül. |
| Létrehoz | Létrehoz, struktúrától függő elemekkel. |
| Üres?/Teli? | Ellenőrzi, hogy van-e eleme / bővíthető lenne-e? |
| Elemszám | Hány eleme van? |
| Beilleszt | Struktúrától függő helyre új elemet illeszt. |
| Kihagy | Struktúrától függő helyről elemet hagy el. |
| Első/Utolsó | Első / utolsó elemének értékét adja. |
| Elejéről/Végéről | Kiveszi a sorozat első / utolsó elemét. |
| Elsőutániak/Utolsóelőttiek | Eldobja az első / utolsó elemet. |

# Sorozattípus műveletei

| | |
|---|---|
| Elejére/Végére | A sorozat első eleme elé / utolsó eleme mögé illeszt egy újat. |
| Érték | Struktúrától függően meghatározott elemének értékét adja vissza. |
| Módosít | Struktúrától függően meghatározott elemének új értéket ad. |
| Elsőre/Utolsóra | A struktúra első / utolsó elem lesz az aktuális (ha volt ilyen). |
| Előzőre/Következőre | A struktúra aktuális eleme (ha volt ilyen) legyen az eddigit megelőző / követő. |

# Sorozattípusok fajtái

| Típuskonstrukció | Tevékenységhalmaz |
|---|---|
| Tömb | (Létrehoz, Elemszám,) Érték, Módosít |
| Lista | Üres, Üres?, Teli?, Beilleszt, Kihagy, Elsőre, Utolsóra, Előzőre, Következőre, Érték, Módosít |
| Sor | Üres, Üres?, Teli?, Elemszám, Első, Elejéről, Végére |
| Prioritási sor | Üres, Üres?, Teli?, Elemszám, Első, Elejéről, … |
| Verem | Üres, Üres?, Teli?, Elemszám, Első, Elejére, Elejéről |
| InputSzekvenciálisFile | Üres?, Elejéről |
| OutputSzekvenciálisFile | Üres, Végére |
| DirektFile | Üres, Létrehoz, Üres?, Teli?, Elemszám, Érték, Módosít … |
| AsszociatívFile | Üres, Üres?, Teli?, Elemszám, Érték, Módosít … |

# Sorozat típusok ábrázolása

***Folytonos, szekvenciális ábrázolás:*** az elemeket a memóriában a *kezdőcímtől szorosan egymásután* helyezzük el, a tárolás sorrendje megegyezik a logikai sorrenddel.

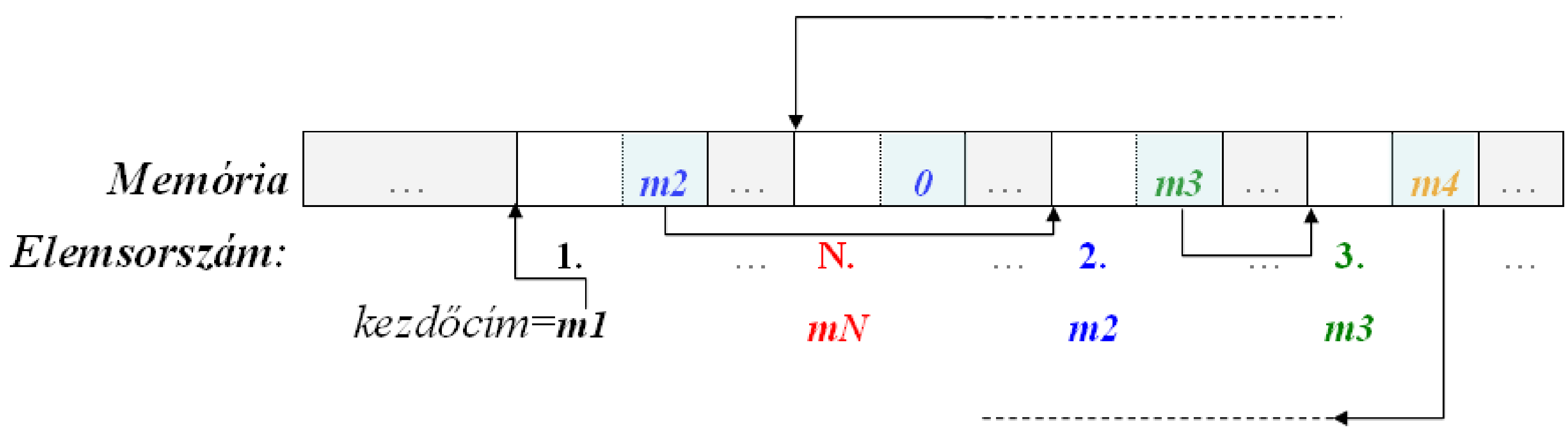
Az elemek címe számítható.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ***Memória*** | … | | | | … | | … |
| ***Elemsorszám:*** | | 1. | 2. | 3. | … | N. | |

*kezdőcím*

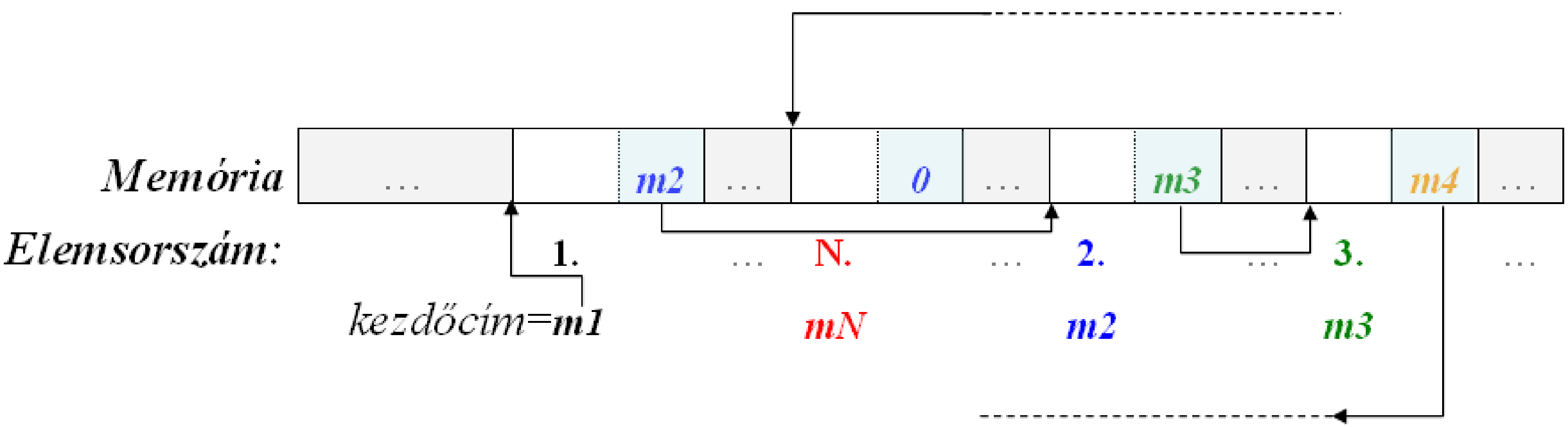
# Sorozat típusok ábrázolása

***Láncolt ábrázolás***: az elemek a memóriában folytonos területen helyezkednek el, a rákövetkezést index-szel biztosítjuk (*statikus láncolás*).



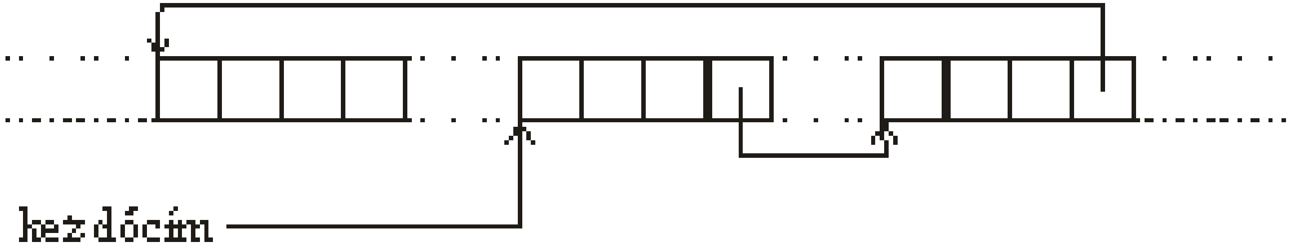

# Sorozat típusok ábrázolása

***Láncolt ábrázolás***: az elemek a memóriában nem folytonos területen helyezkednek el, a rákövetkezést mutatóval biztosítjuk (*dinamikus láncolás*).




# Sorozat típusok ábrázolása

***Blokkolt ábrázolás:*** ötvözi az előbbi kettőt úgy, hogy láncot hoz létre az elemek egy adott számú elemet tartalmazó tömbjéből.




# Sorozat típusok ábrázolása

## *Folytonos, szekvenciális ábrázolás:*

- hatékony helykihasználás
- címkiszámítás (címfüggvény) lehetősége
- struktúra módosítás (beszúrás, törlés) munkaigényes
- előre rögzített memóriaméret

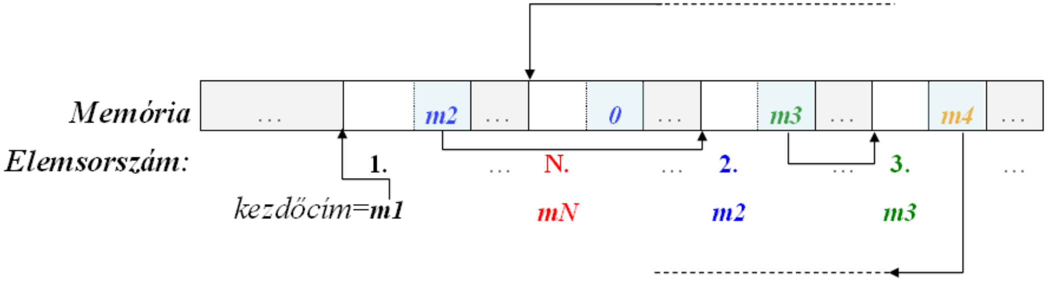
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ***Memória*** | … | | | | … | | … |
| ***Elemsorszám:*** | | 1. | 2. | 3. | … | N. | |

*kezdőcím*

# Sorozat típusok ábrázolása

## *Statikus láncolás:*

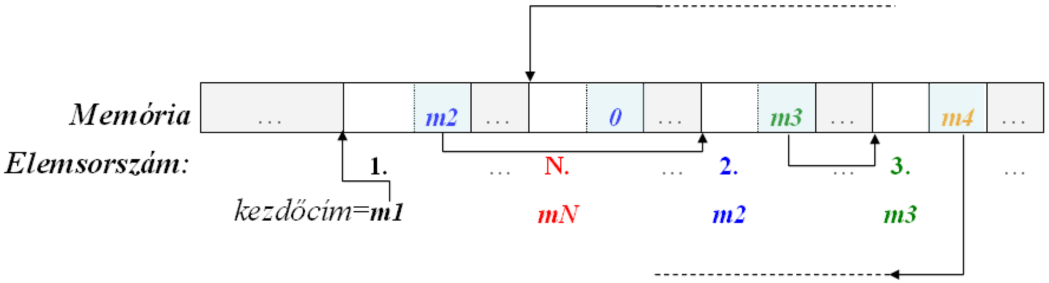
- folytonos területen helyezkedik el
- helyfoglalás növekedés (minden elem mellé kell egy index)
- címkiszámítás nem lehetséges – adott elem eléréséhez a struktúra egy részét be kell járni
- struktúra módosítás (beszúrás, törlés) gyors
- előre rögzített maximális memóriaméret



# Sorozat típusok ábrázolása

## *Dinamikus láncolás:*

- memóriában tetszőleges helyeken lehet
- helyfoglalás növekedés (minden elem mellé kell egy mutató)
- címkiszámítás nem lehetséges – adott elem eléréséhez a struktúra egy részét be kell járni
- struktúra módosítás (beszúrás, törlés) gyors
- az igényeknek megfelelően változó memóriaméret



# Ábrázolások megvalósítása

***Folytonos, szekvenciális ábrázolás:***

- tömb
- elemek sorozata, elem=(hossz,értékek) vagy
  (értékek,végjel)

***Láncolás:***

- első elem, elem=(érték, következő elem)

***Blokkolás:***

- első blokk, blokk=(elemszám, tömb, következő blokk)

# Ábrázolások megvalósítása

***Statikus láncolás, blokkolás:***

- első, következő megadása = tömbindex

***Dinamikus láncolás, blokkolás:***

- első, következő megadása = mutató

Megjegyzés: nem kizárt, hogy egy elemhez több következő is tartozzon – kétirányú láncolás, hierarchikus és hálós típusok!

# Tömb típus

## A tömb fogalma

Definíció: sorozat típus a következő műveletekkel: indexelés, résztömb képzés, mátrix sora, oszlopa, részmátrixa, relációk.

Alapesetben statikus, az elemszáma nem változtatható.

Definiálása: **Tömb**(indextípus: elemtípus)

**Tömb**(indextip$_1$,indextip$_2$: elemtípus)

...

Hivatkozások: A(i), A(i..j), A(i,j), A(i,), A(,j), A(i..j,k..l)

# Tömb típus

## A tömb fogalma

Indextípus lehetőségei (nyelvfüggő megvalósítás):

- `1..elemszám` (ilyenkor általában az elemszámot kell megadni)
- `0..elemszám-1` (ilyenkor általában az elemszámot kell megadni)
- `alsó határ..felső határ`
  (ebben az esetben az index nem csak egész szám lehet)

Példa: **Tömb**`(1..maxn: egész)`
**Tömb**`('a'..'z',hétfő..péntek: valós)`
**Tömb**`(-10..10:` **Tömb**`(-1..1: karakter))` ≡
**Tömb**`(-10..10,-1..1: karakter)`

# Tömb típus

## Ábrázolás

Szekvenciális, folytonos (többindexes tömböknél oszlop- vagy sorfolytonos).

Az elemek méretének ismeretében számítható az elemek memóriabeli címe:

```
   <─────────────── a tömb a memóriában ──────────────>
...|   1. elem   |   2. elem   |   ...   | utolsó elem | ...
   <─────────────>
   egy elem mérete
```

# Tömb típus

## Mátrix sorfolytonos ábrázolása

Ha n sora és m oszlopa van, mindkettő 1-től indexelve:

*i: sor index; j:oszlop index*

```
Függvény Cím(i,j):Egész
  Cím:=(i-1)*m+j
Függvény vége.
```

```
     ←———————————————— a tömb a memóriában ————————————————→
...|  (1,1)  |  (1,2)  |  ...  |  (2,1)  |  (2,2)  |  ...  |  (n,m)  | ...
    ←———————→
 egy elem mérete
```

Indextípus=(a..b,c..d) esetén:

```
Függvény Cím(i,j):Egész
  Cím:=(i-a)*(d-c+1)+j-c+1
Függvény vége.
```

## Mátrix oszlopfolytonos ábrázolása

Ha n sora és m oszlopa van, mindkettő 1-től indexelve:

```
Függvény Cím(i,j):Egész
  Cím:=(j-1)*n+i
Függvény vége.
```

```
     <------------------------ a tömb a memóriában ----------------------->
...|  (1,1)  | (2,1)  | ... | (1,2) | (2,2) | ... | (n,m) | ...
     <-------->
  egy elem mérete
```

Indextípus=(a..b,c..d) esetén:

```
Függvény Cím(i,j):Egész
  Cím:=(j-c)*(b-a+1)+i-a+1
Függvény vége.
```

# Speciális szerkezetű tömbök

## Diagonális mátrix

A 0-tól különböző elemei csak az ún. főátlóban vannak (tetszőleges k konstans érték is lehet a 0 helyett).

Ábrázolása: **`Tömb`**`(0..n: Elemtípus)`          `(k,a,b,...,y)`

A 0. elem lesz a konstans k érték, az i. elem pedig a mátrix (i,i) indexű eleme.

```
Függvény Cím(i,j):Egész
   Ha i=j akkor Cím:=i különben Cím:=k
Függvény vége.
```

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | a | *k* | *k* | | | | *k* |
| 2 | *k* | b | *k* | *k* | | | |
| 3 | *k* | *k* | c | *k* | | | |
| 4 | | | | d | | | |
| 5 | | | | | e | | |
| 6 | | | | | | | *k* |
| 7 | *k* | | | | | *k* | |

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *k* | a | b | c | d | e | | |

# Speciális szerkezetű tömbök

## Tridiagonális mátrix (részletek)

A k-tól különböző elemei csak az ún. főátlóban, valamint az alatta és a fölötte levő átlóban vannak.

Ábrázolása: **Tömb** `(0..3*n-2: Elemtípus)` sorfolytonosan

```
Függvény Cím(i,j):Egész
  Ha |i-j|≤1 akkor Cím:=(i-1)*2+j
  különben Cím:=0
Függvény vége.
```

| | | | | j | | n |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | a | b | k | k | k | k |
| 2 | c | d | e | k | k | k |
| i 3 | k | f | g | h | k | k |
| 4 | k | k | . | . | . | k |
| 5 | k | k | k | . | . | . |
| 6 | k | k | k | k | . | z |

elemszám: 3*n-2

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| k | a | b | c | d | e | f | g | h | . | . | . | . | . | . | . | z |

ha abs(i-j)<=1 akkor
    cím = (i-1)*2+j
különben
    cím=0

cím= 8 = (3-1)*2+4

# Speciális szerkezetű tömbök

## Toeplitz mátrix (részletek)

A főátlóban és a vele párhuzamos összes átlóban egyforma elemek vannak.

Ábrázolása: **Tömb** `(1..2*n-1: Elemtípus)`

Első oszlop és első sor tárolásával: (... *e c a b d* ...)

1: (n,1) átló, 2: (n-1,1) átló, ..., n: (1,1) átló, ..., 2*n-1: (1,n) átló.

```
Függvény Cím(i,j):Egész
  Cím:=n-(i-j)
Függvény vége.
```

| | | | | | j | | n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | 1 | a | b | d | f | h | j |
| i | 2 | c | a | b | d | f | h |
| | 3 | e | c | a | b | d | f |
| | 4 | g | e | c | a | b | d |
| | 5 | i | g | e | c | a | b |
| | 6 | k | i | g | e | c | a |

különböző elemek száma: 2*n-1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| k | i | g | e | c | a | b | d | f | h | j |

cím=n-(i-j)

cím= 8 = 6 - (2-4)

# Speciális szerkezetű tömbök

## Hankel mátrix ([részletek](#))

A mellékátlóban és a vele párhuzamos összes átlóban egyforma elemek vannak.

Ábrázolása: **`Tömb`** `(1..2*n-1: Elemtípus)`

Első sor és utolsó oszlop tárolásával: (... *d b a c e* ...)

1: (1,1) átló, 2: (1,2) átló, ..., n: (1,n) átló, ..., 2*n-1: (n,n) átló.

```
Függvény Cím(i,j):Egész
  Cím:=i+j-1
Függvény vége.
```

|   |   |   |   |   | j |   | n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
|   |   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|   | 1 | j | h | f | d | b | a |
| i | 2 | h | f | d | b | a | c |
|   | 3 | f | d | b | a | c | e |
|   | 4 | d | b | a | c | e | g |
|   | 5 | b | a | c | e | g | i |
|   | 6 | a | c | e | g | i | k |

különböző elemek száma: 2*n-1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| j | h | f | d | b | a | c | e | g | i | k |

cím=i+j-1

cím= 5 = 2 + 4 - 1

# Speciális szerkezetű tömbök

## Leslie mátrix (részletek)

Az első sorban és a (2,1)-ből induló átlóban vannak nem k elemek.

Ábrázolása: **Tömb** `(0..2*n-1: Elemtípus)`

Az első n elem az első sor, amit az átló n-1 eleme követ.

```
Függvény Cím(i,j):Egész
  Ha i=1 akkor Cím:=j különben
  ha i=j+1 akkor Cím:=n+j
          különben Cím:=0
Függvény vége.
```

elemszám: 3*n-2

| | | j | | | | n |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | a | b | c | d | e | f |
| 2 | g | *k* | *k* | *k* | *k* | *k* |
| i 3 | *k* | h | *k* | *k* | *k* | *k* |
| 4 | *k* | *k* | . | *k* | *k* | *k* |
| 5 | *k* | *k* | *k* | . | *k* | *k* |
| 6 | *k* | *k* | *k* | *k* | . | *k* |

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *k* | a | b | c | d | e | f | g | h | . | . | . | . | . | . | . | z |

ha i=1 akkor
  cím = j
különben
  ha i=j+1 akkor
    cím=n+j
  különben
    cím=0

cím= 8 = 6+2

# Speciális szerkezetű tömbök

## Felső háromszög mátrix

A főátlóban és felette vannak nem k elemek.

Ábrázolása: **Tömb**`(0..n*(n+1)/2: Elemtípus)`

Oszlopfolytonosan helyezzük el az elemeket a vektorban.

$(0, h_{1,1}, h_{1,2}, h_{2,2}, h_{1,3}, \ldots h_{n,n})$

```
Függvény Cím(i,j):Egész
   Ha i≤j akkor
          Cím:=j*(j-1)/2+i
       különben Cím:=0
Függvény vége.
```

| | | | | j | | | n |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| | 1 | a | b | d | g | . | . | . |
| i | 2 | *k* | c | e | h | . | . | . |
| | 3 | *k* | *k* | f | . | . | . | . |
| | 4 | | | | . | . | . | . |
| | 5 | | | | | . | . | . |
| | 6 | | | | | | . | . |
| n | 7 | *k* | | | | | *k* | . |

| | | | | | | | | | | | | n*(n+1)/2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | . | . | 28 |
| *k* | a | b | c | d | e | f | g | h | . | . | | . |

Ha i<j akkor
    cím=j*(j-1)/2+i    cím= 5 = 3*(3-1)/2+2
különken
    cím=0

# Speciális szerkezetű tömbök

## Alsó háromszög mátrix

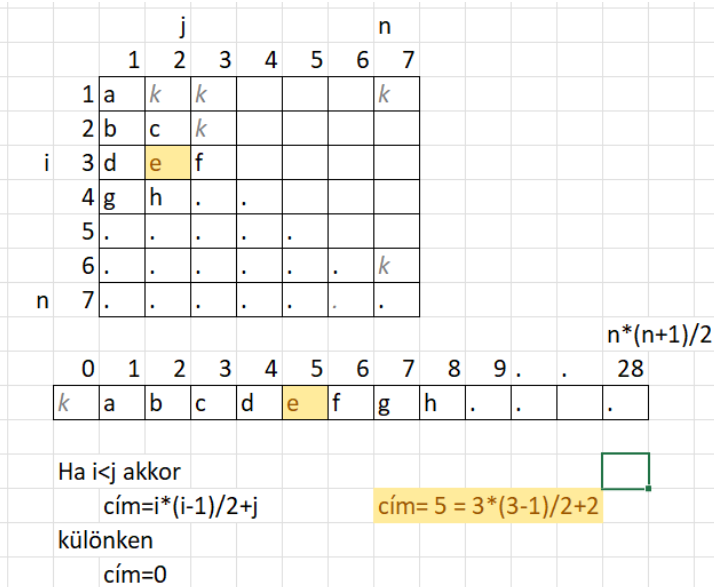
A főátlóban és alatta vannak nem 0 elemek.

Ábrázolása: **Tömb**`(0..n*(n+1)/2: Elemtípus)`

Sorfolytonosan helyezzük el az elemeket a vektorban.

$(0,h_{1,1},h_{2,1},h_{2,2},h_{3,1},\dots h_{n,n})$

**Függvény** `Cím(i,j):Egész`
    **Ha** `i≥j` **akkor**
        `Cím:=i*(i-1)/2+j`
      **különben** `Cím:=0`
**Függvény vége.**




# Speciális szerkezetű tömbök

## Szimmetrikus mátrix

A főátlóra szimmetrikusak az elemek, azaz A(i,j)=A(j,i).

Ábrázolása: **Tömb**`(1..n*(n+1)/2: Elemtípus)`

Oszlopfolytonosan helyezzük el az átló feletti elemeket a vektorban.

```
Függvény Cím(i,j):Egész
   Ha i≤j akkor Cím:=j*(j-1)/2+i
          különben Cím:=i*(i-1)/2+j
Függvény vége.
```

| | | j | | | | n |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |

| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | a | b | d | g | . | . | . |
| | 2 | b | c | e | h | . | . | . |
| | 3 | d | e | f | . | . | . | . |
| i | 4 | g | h | . | . | . | . | . |
| | 5 | . | . | . | . | . | . | . |
| | 6 | . | . | . | . | . | . | . |
| n | 7 | . | . | . | . | . | . | . |

| | | | | | | | | | | | | n*(n+1)/2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | . | . | 28 |
| k | a | b | c | d | e | f | g | h | . | . | | . |

Ha i<=j akkor

cím=j*(j-1)/2+i    cím= 8 = 4*(4-1)/2+2

különben

cím=i*(i-1)/2+j

# Hézagosan kitöltött tömbök

## Hézagosan kitöltött vektor elemfelsorolással:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | x | | | y | | |
| | i | | | j | | |

$\rightarrow$ db,(i,x),(j,y),...

azaz a felesleges elemeket nem tároljuk, az értékes elemek indexét és értékét felsoroljuk (mint egy halmaz elemeit).

Indexelés: keresés programozási tétel.

# Hézagosan kitöltött tömbök

db,(i,x),(j,y),...

```
Érték(X,i):
   j:=1
   Ciklus amíg j≤X.db és i≠X.t(j).index
      j:=j+1
   Ciklus vége
   Ha j≤X.db akkor Érték:=X.t(j).érték
             különben Érték:=nemdef
Függvény vége.
```

Megjegyzés: hatékonyabb lenne index szerint növekvő sorrendben.

# Hézagosan kitöltött tömbök

db,(i,x),(j,y),...

```
Módosít(X,i,e):
  j:=1
  Ciklus amíg j≤X.db és i≠X.t(j).index
    j:=j+1
  Ciklus vége
  Ha j≤X.db akkor X.t(j).érték:=e
         különben X.db:=X.db+1
                  X.t(X.db).érték:=e
                  X.t(X.db).index:=i
Eljárás vége.
```

Megjegyzés: a beszúrás lassúbb lenne index szerint növekvő sorrendben.

# Hézagosan kitöltött tömbök

db,(i,x),(j,y),...

```
ElemTöröl(X,i):
  j:=1
  Ciklus amíg j≤X.db és i≠X.t(j).index
    j:=j+1
  Ciklus vége
  Ha j≤X.db akkor X.t(j):=X.t(X.db)
                  X.db:=X.db-1
Eljárás vége.
```

Megjegyzés: a törlés lassúbb lenne index szerint növekvő sorrendben.

# Hézagosan kitöltött tömbök

## Hézagosan kitöltött mátrix elemfelsorolással:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | x | | | | | |
| | | | | | z | |
| | | | | | | |
| | | | | y | | |

→ db,(i,j,x),(k,l,y),(p,q,z)...

azaz a felesleges elemeket nem tároljuk, az értékes elemek indexét és értékét felsoroljuk (halmazként).

Indexelés: keresés programozási tétel.

# Speciális szerkezetű tömbök

## Változtatható méretű (dinamikus) tömb

Új műveletek:

- Méret növelés
- Méret növelés, egy elem berakással
- Méret csökkentés
- Méret lekérdezés

Előnyök és hátrányok dinamikus tömböknél.

# Algoritmusok és adatszerkezetek I.
# 1. előadás vége